

2.

Datenanalyse

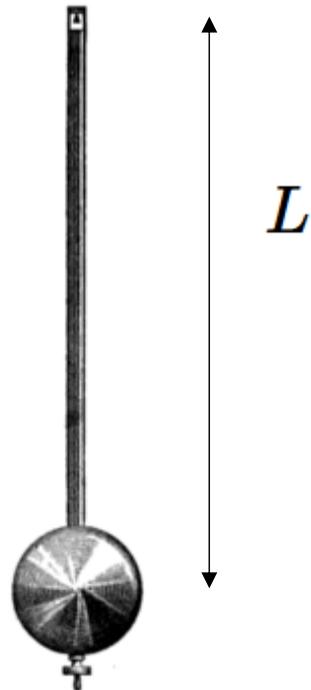
Kräfte

Punktmechanik

7. Okt. 2019

Datenanalyse

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



L [m]	T [s]
0.2121	0.9252
0.2987	1.096
0.3384	1.167
0.3321	1.159
0.2889	1.080
0.4063	1.278
0.3329	1.152
0.2821	1.068
0.3635	1.209
0.3987	1.267
0.2896	1.076

g = Erdbeschleunigung an der Erdoberfläche

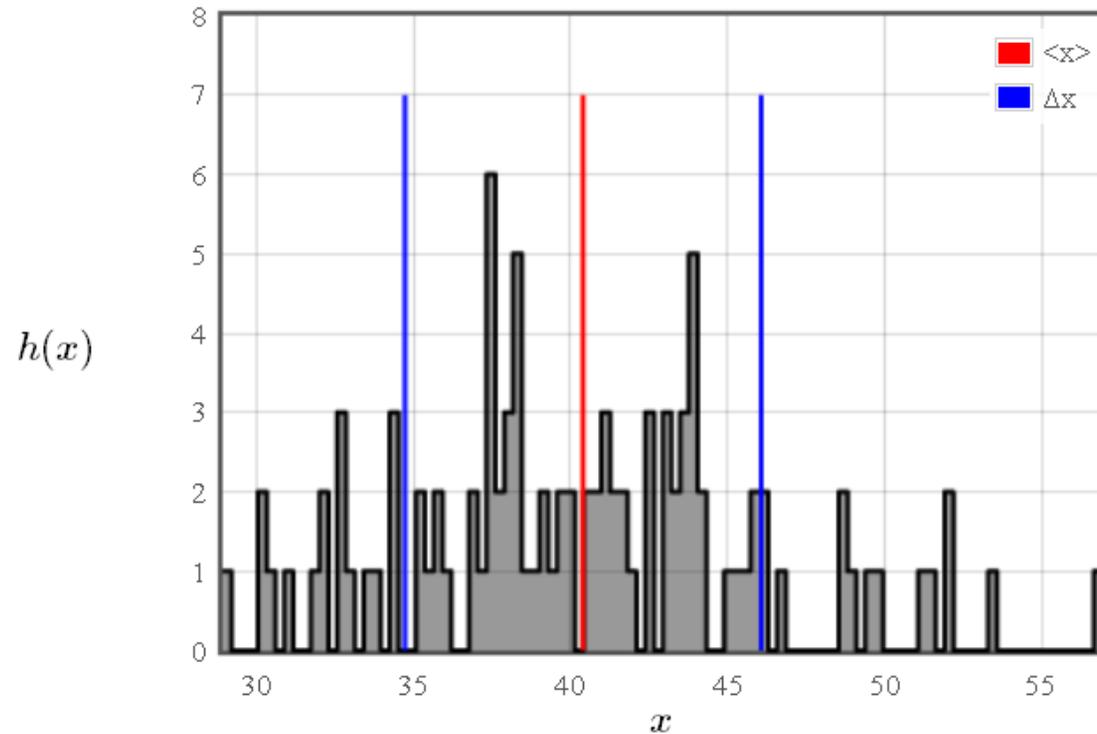
Mittelwert und Standardabweichung

Der Mittelwert von N Datenpunkten ist

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i.$$

Die Standardabweichung Δx ist die Quadratwurzel des Mittelwertes der Quadrate $\langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum x_i^2$ minus des Quadrates des Mittelwertes $\langle x \rangle^2 = \left(\frac{1}{N} \sum x_i \right)^2$.

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}.$$



Fähigkeiten

Arbeiten mit Daten

Manchmal erhält man Daten in Form von Textspalten. Sie sollten in der Lage sein:

- Erwartungswert und Standardabweichung jeder Spalte zu berechnen;
- alle Werte einer Spalte mit einem Wert zu multiplizieren (z.B. könnte eine Spalte die Beschleunigung eines Teilchens zu verschiedenen Zeiten repräsentieren. Multipliziert mit der Masse liefert das die jeweilige Kraft);

Bewegung als Folge von Krafteinwirkung

- Welche grundlegenden Arten von Kräften betrachten wir?
- Inwiefern sind die Kräfte abstands-, positions- oder zeitabhängig?
- Wo greifen Kräfte an Körpern an?
- Was bewirkt die Überlagerung von Kräften?

Kräfte

Sie werden können:

- für eine gegebene Kraft deren Abhängigkeit von der momentanen Bewegung bestimmen
- jedwede Kräfte zu einer resultierenden Kraft überlagern
- Kräfte problemgerecht in Komponenten zerlegen

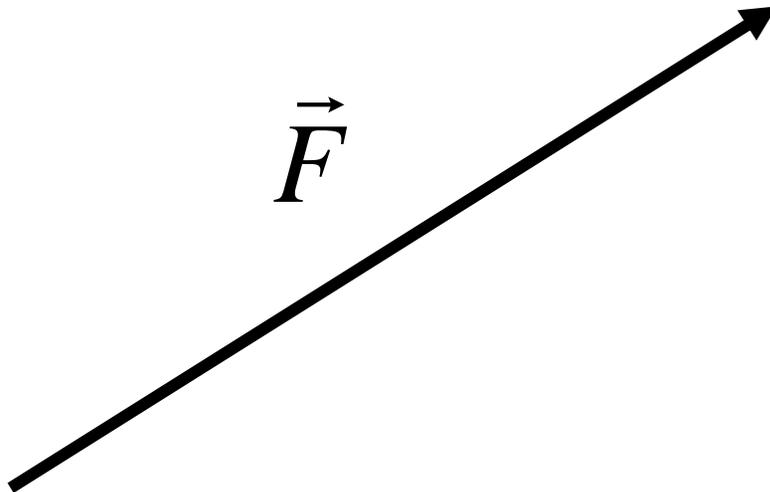
Vektoren

grundlegende Kräfte

Bewegungsbeschreibung

Vektoren

Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung sind Vektoren



Betrag

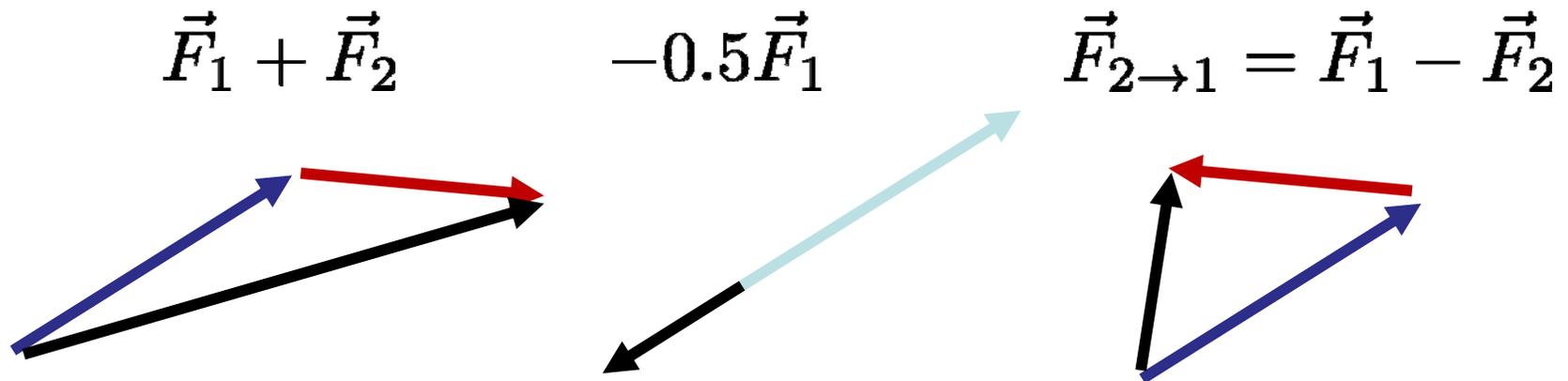
Richtung

Orientierung

Vektoren



lassen sich addieren, multiplizieren, subtrahieren

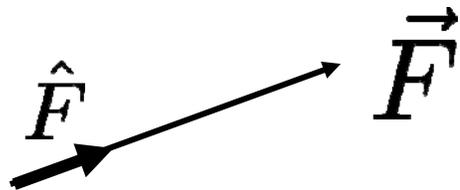


Einheitsvektoren

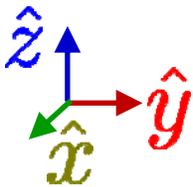
Betrag = 1 [Einheit]

enthält Richtung und Orientierung

hier Schreibweise: \hat{b}



$$\vec{F} = |\vec{F}| \hat{F} \quad |\hat{F}| = 1N$$

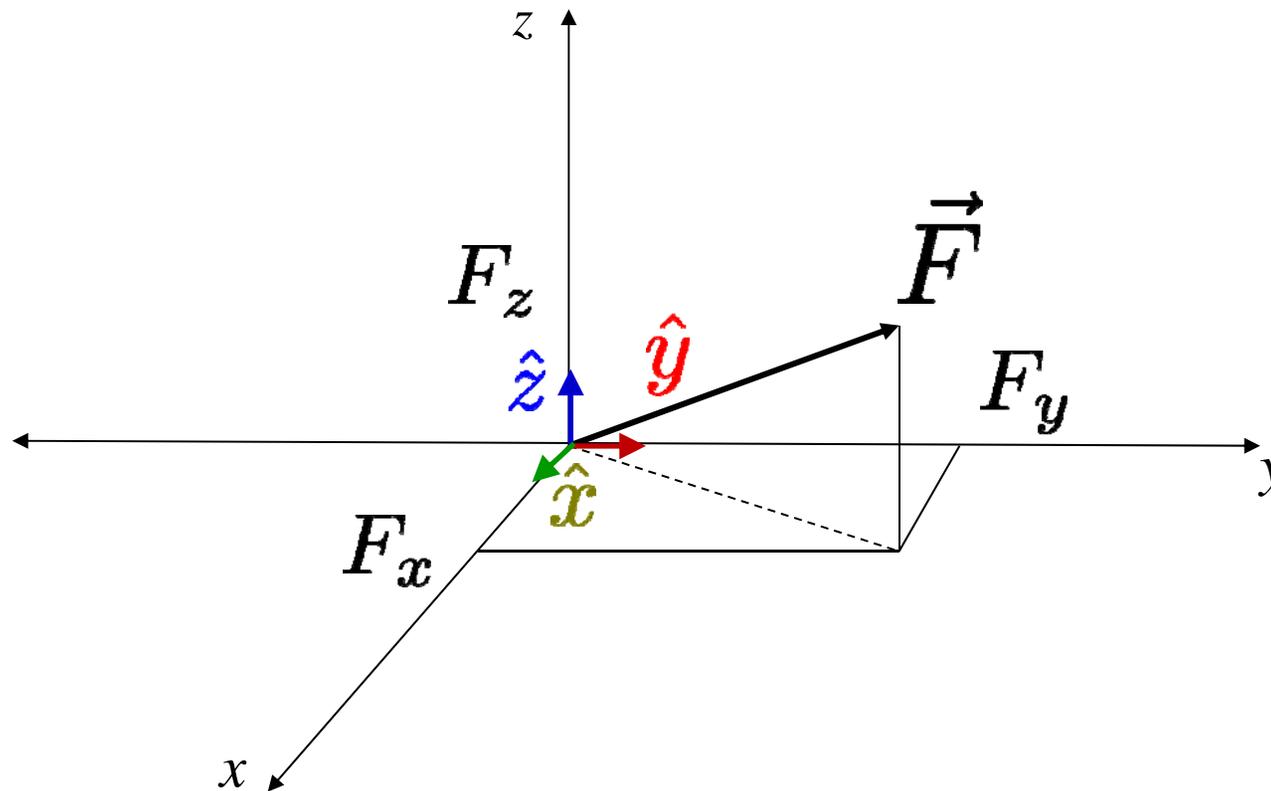


$$\vec{F} = F_x \hat{x} + F_y \hat{y} + F_z \hat{z}$$

Betrag der Komponente entlang eines Einheitsvektors

Vektoren im Koordinatensystem

$$\vec{F} = F_x \hat{x} + F_y \hat{y} + F_z \hat{z}$$



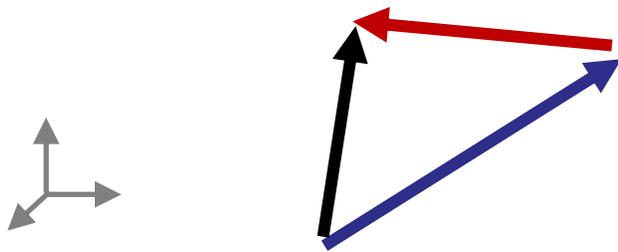
.. kartesisches Koordinatensystem

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

Vektoraddition

Lässt sich komponentenweise durchführen

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$



$$\vec{F}_1 = F_{1x}\hat{x} + F_{1y}\hat{y} + F_{1z}\hat{z}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x}\hat{x} + F_{2y}\hat{y} + F_{2z}\hat{z}$$

$$\begin{aligned} &= (F_{1x} - F_{2x})\hat{x} + \\ &\quad (F_{1y} - F_{2y})\hat{y} + \\ &\quad (F_{1z} - F_{2z})\hat{z} \end{aligned}$$

Vektoren in Koordinatensystemen

Vereinbarung

Wir arbeiten in kartesischen Koordinatensystemen.

Kartesische Koordinaten sind nicht immer praktisch!

Beispiel: Bewegung eines gelagerten Körpers (Pendel)

Sollten wir andere Koordinaten einführen, so werden diese stets auf kartesische zurückgeführt.

Kräfte

Coulombkraft

Newtonsches Gravitationsgesetz

Lorentzkraft

Hookesches Gesetz

Reibungskraft

Coulombkraft

Die elektrostatische Kraft, die auf Elektron 1 aufgrund der Ladung von Elektron 2 wirkt

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}_{2 \rightarrow 1}$$

Ladung q_1, q_2 [C] = [A s]

elektrische Feldkonstante $\epsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12}$ [F/m]=[A²s⁴/kg m³]

Newtonsches Gravitationsgesetz

$$\vec{F} = \frac{Gm_1m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}_{2 \rightarrow 1}$$

in der Nähe der Erdoberfläche

Erdbeschleunigung

$$\vec{F} = -m_1 g \hat{z}$$

$$g = \frac{Gm_{erde}}{r_{erde}^2} = \frac{6.6726 \times 10^{-11} \cdot 5.97219 \times 10^{24}}{(6.371 \times 10^6)^2} = 9.8174 \text{ m/s}^2$$

$$m_2 = m_{erde}$$

Lehrplan
Bücher
Formel
Sammlung
Fähigkeiten
Apps
Testfragen
Vorlesungen

Gravitationskraft zwischen einem Planeten und seinem Mond

Die Gravitationskraft, welche der Mond erfährt während er um einen Planeten kreist, ist

$$\vec{F} = - \frac{Gm_1m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}_{1 \rightarrow 2} \quad [\text{N}].$$

Hier ist $G = 6.6726 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ die Gravitationskonstante, $m_1 = 7 \times 10^{24} \text{ kg}$ ist die Masse des Planeten, $m_2 = 5 \times 10^{21} \text{ kg}$ ist die Masse des Mondes und $\vec{r}_{1 \rightarrow 2}$ ist der Einheitsvektor, der vom Planeten zum Mond zeigt.

Die Position des Planeten ist

$$\vec{r}_1 = 4 \times 10^8 \hat{x} + 3 \times 10^7 \hat{y} + 2 \times 10^8 \hat{z} \quad [\text{m}],$$

und die Position des Mondes ist,

$$\vec{r}_2 = -3 \times 10^8 \hat{x} - 2 \times 10^6 \hat{y} + 3 \times 10^7 \hat{z} \quad [\text{m}].$$

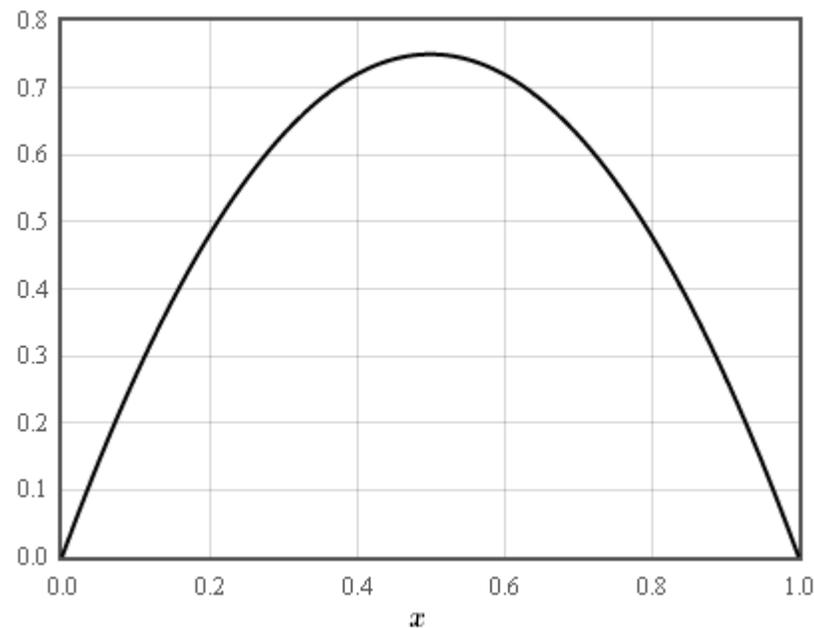
Welche Kraft erfährt der Mond?

$$\vec{F} = \boxed{} \hat{x} + \boxed{} \hat{y} + \boxed{} \hat{z} \quad [\text{N}] \quad \text{Lösung}$$

Lorentzkraft

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

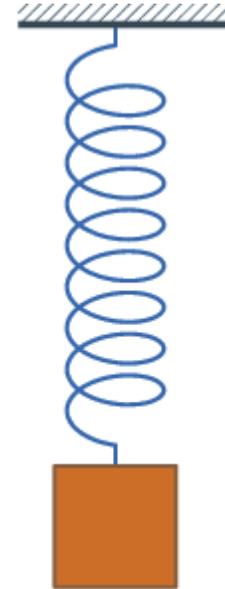
konstantes elektrisches Feld $\vec{F} = q\vec{E}$



Hookesches Gesetz

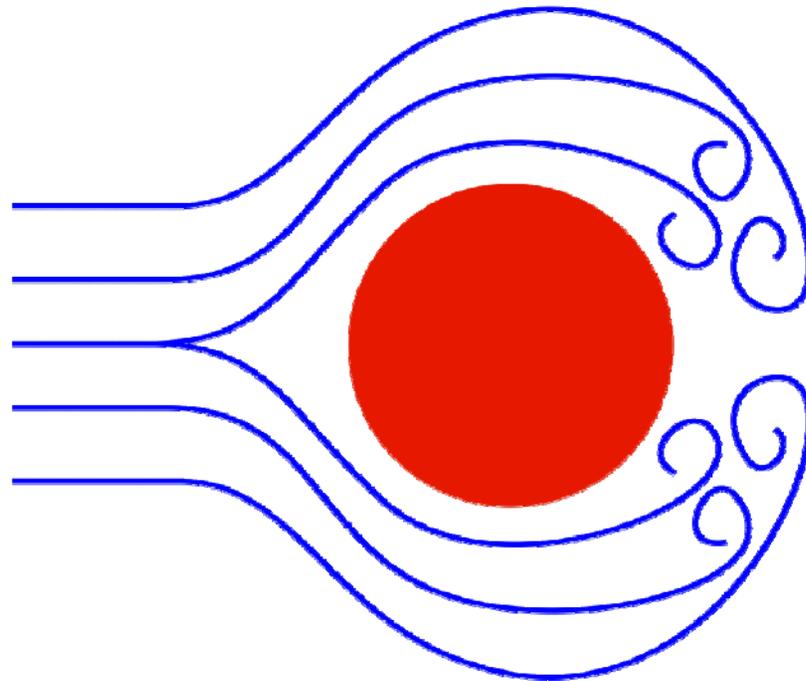
$$\vec{F} = -kx \hat{x}$$

Federkonstante [N/m]



Reibungskraft (Strömungswiderstand)

$$\vec{F} = -a\vec{v} - b\vec{v} |\vec{v}| - c\vec{v} |\vec{v}|^2 + \dots$$



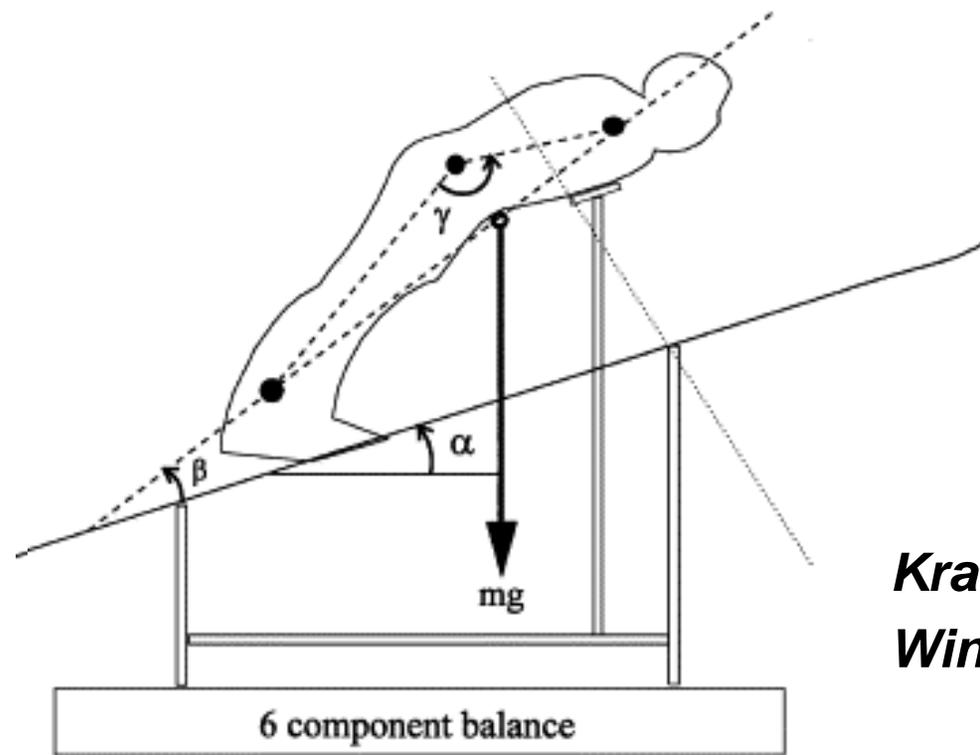
Superpositionsprinzip von Kräften

Wirken auf einen Punkt oder starren Körper mehrere Kräfte, so lässt sich deren Wirkung auch durch eine resultierende Kraft beschreiben, die mittels Vektoraddition berechnet wird.

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

Kräfte

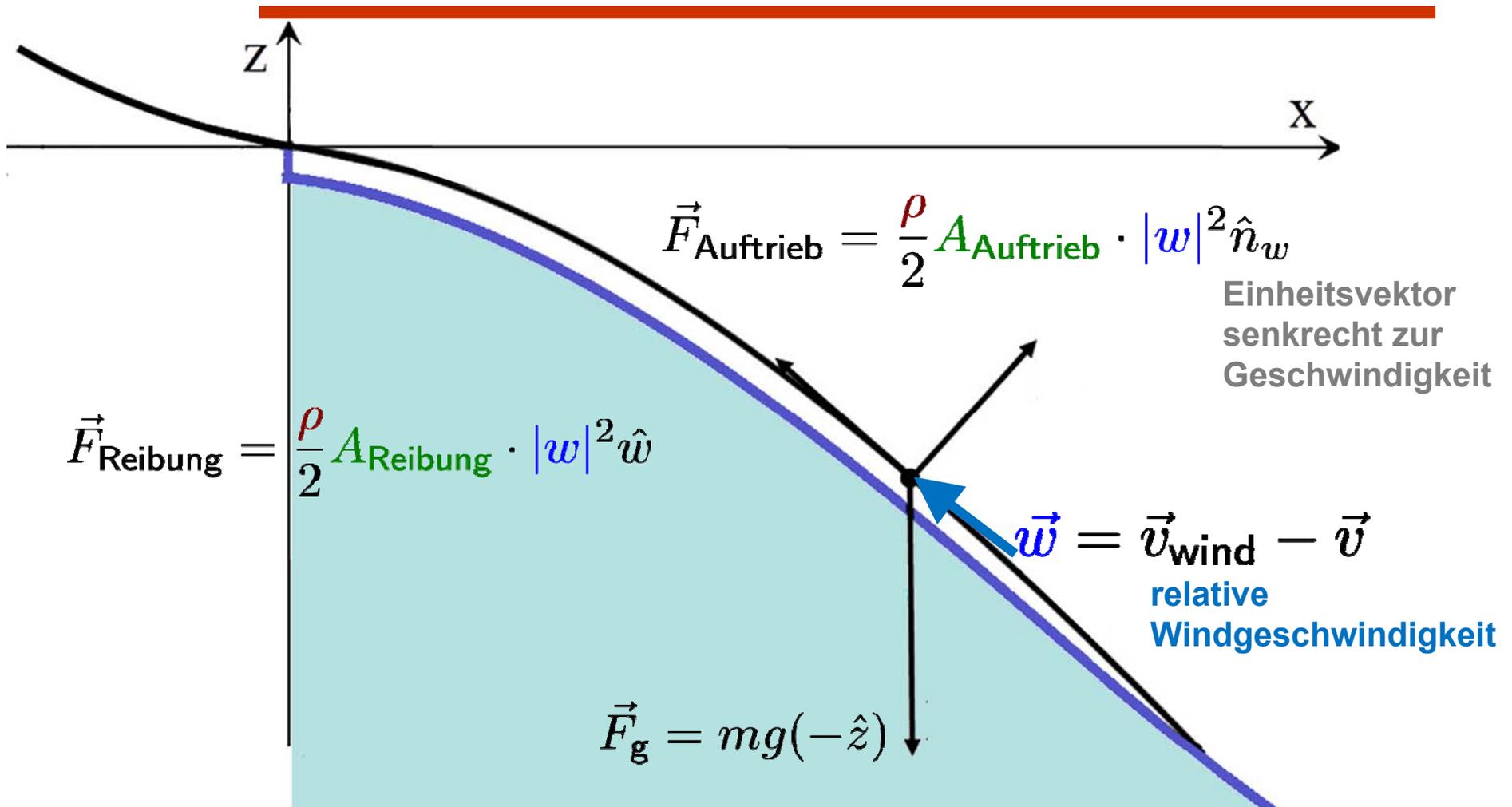
Beispiel: Skispringer



***Kraftmessung im
Windkanal***

Kräfte

Beispiel: Skispringer



A .. auftrieb-bzw. reibungswirksame Fläche

ρ .. Luftdichte

Bewegung als Folge von Krafteinwirkung

- **Welche grundlegenden Arten von Kräften betrachten wir?**
- **Inwiefern sind die Kräfte abstands- oder positionsabhängig?**
- **Wo greifen Kräfte an Körpern an?**
- **Was bewirkt die Überlagerung von Kräften?**

Punktmechanik

Punktmechanik

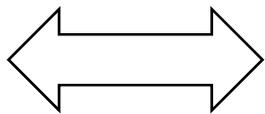
Ort

Geschwindigkeit

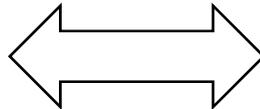
Beschleunigung

Kraft

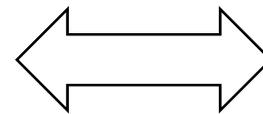
\vec{r}



\vec{v}



\vec{a}



\vec{F}

Punktmechanik

Wieso Punkt ? **“Punkt“ oft sinnvolle Vereinfachung**

z.B.

- Auto, das über große Strecke fährt
- langes Pendel

Beschreibung der

Schwerpunktsbewegung

praktisch

