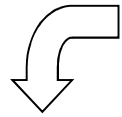
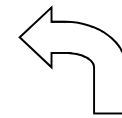


13. Magnetismus

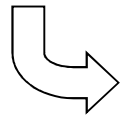
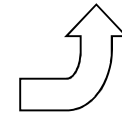
19 Nov. 2018

Magnetismus

 I 

Biot-Savart'sches Gesetz

Ampèresches Gesetz

 \vec{B} 

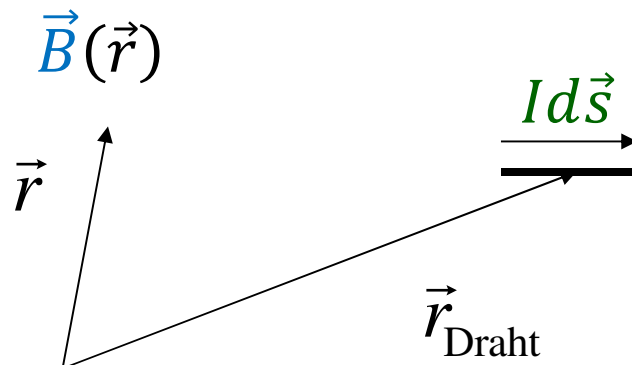
Magnetostatik (kleines Leiterstück)

Biot-Savart-Gesetz $I \Rightarrow \vec{B}$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Permeabilität

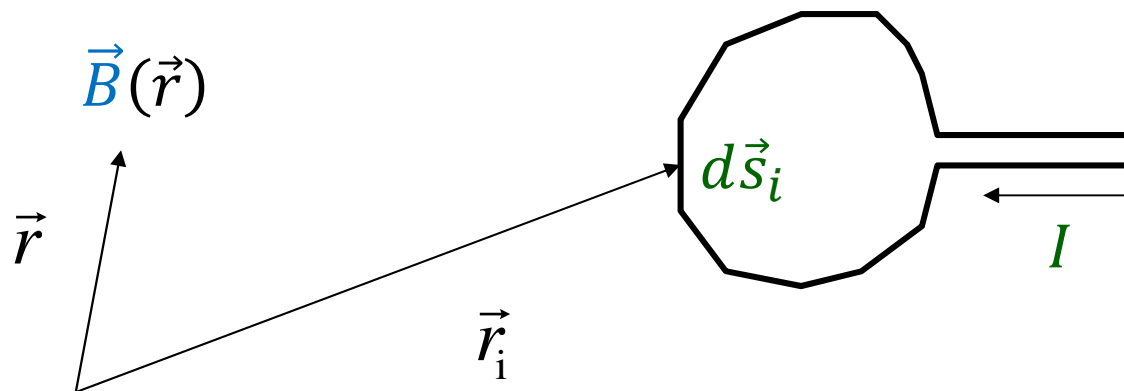
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times (\vec{r} - \vec{r}_{\text{Draht}})}{|\vec{r} - \vec{r}_{\text{Draht}}|^3} \text{ [T]}$$



$d\vec{s}$ zeigt in
Richtung des Stroms

Magnetostatik

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_i \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s}_i \times (\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$



Parameterdarstellung

$$\vec{r} = R \cos(2\pi s) \hat{x} + R \sin(2\pi s) \hat{y} + \frac{s}{n} \hat{z}$$

$$s = [0,10]$$



Fähigkeiten

Parametrisierung

Sie sollten es beherrschen **Parameterdarstellungen** zu benützen um Kurven darzustellen. Beispielsweise beschreibt $x = \cos(s)$, $y = \sin(s)$, $s = [0, \pi]$ einen halben Kreis und $x = 2 \cos(s)$, $y = 3 \sin(s)$, $s = [0, 2\pi]$ eine Ellipse. s ist in diesem Fall der Parameter.

Apps: **Elektrisches Feld einer gleichmäßig geladenen gekrümmten Linie, Gesetz von Biot-Savart.**

Magnetostatik

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_i \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s}_i \times (\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

Biot-Savart'sches Gesetz

I

\vec{B}

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (4.171)$$

Ampèresches Gesetz

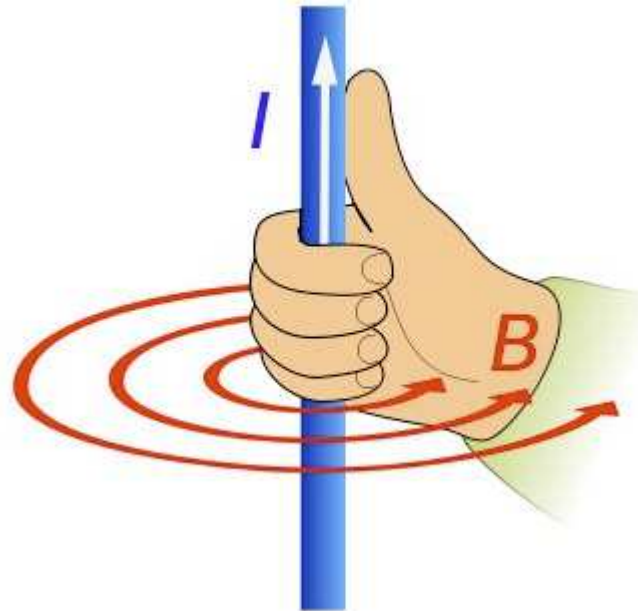
Ampèresches Gesetz

Ampèresches Gesetz $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ (4.171)

Linienintegral

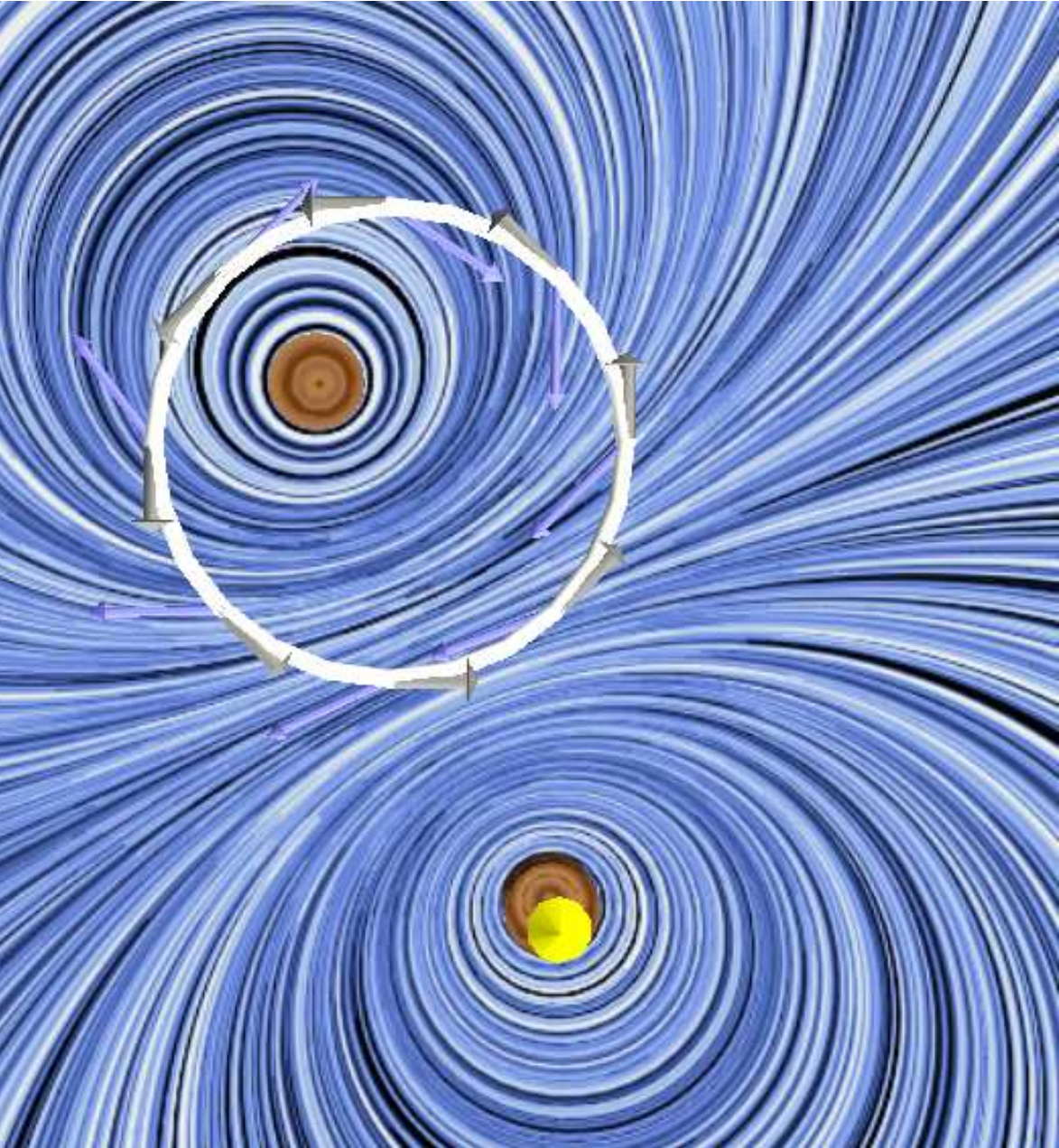


Rechte-Hand-Regel



Orientierung des Stromes zum magnetischen Feld

Ampèresches Gesetz



<http://public.mitx.mit.edu/gwt-teal/AmperesLaw.html>

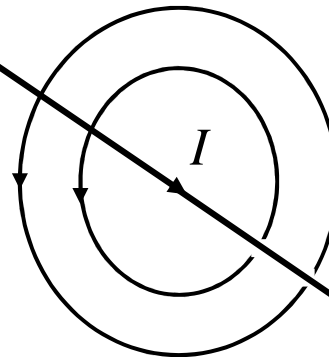
unendlich langer gerader Leiter

Ampèresches Gesetz
(integrale Form)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (4.171)$$

$$2\pi R |\vec{B}| = \mu_0 I$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (4.173)$$

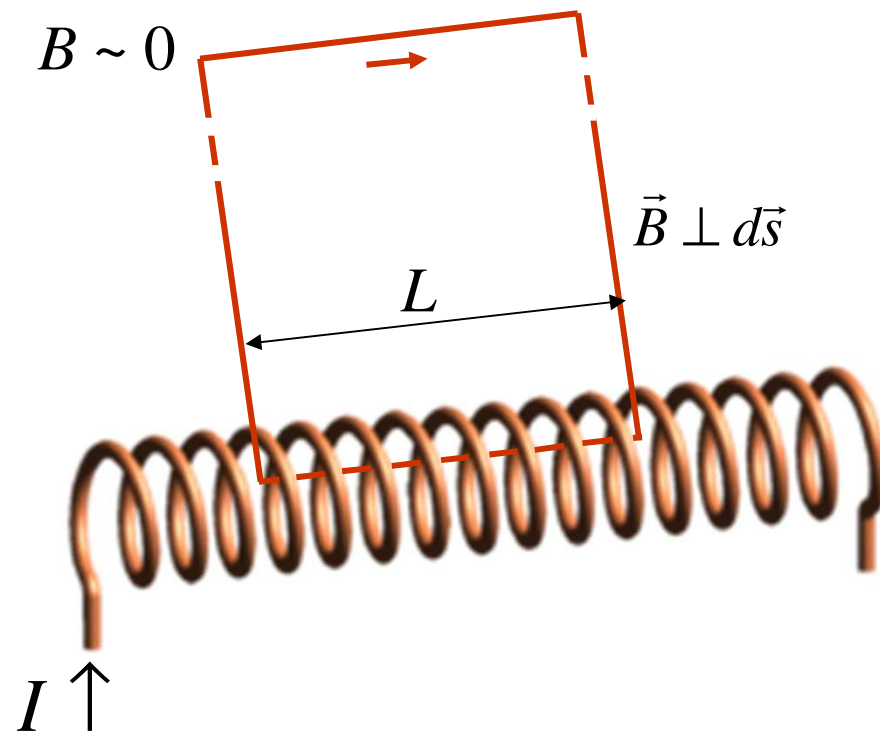


Rechte-Hand-Regel

unendlich lange Zylinderspule

Ampèresches Gesetz
(integrale Form)

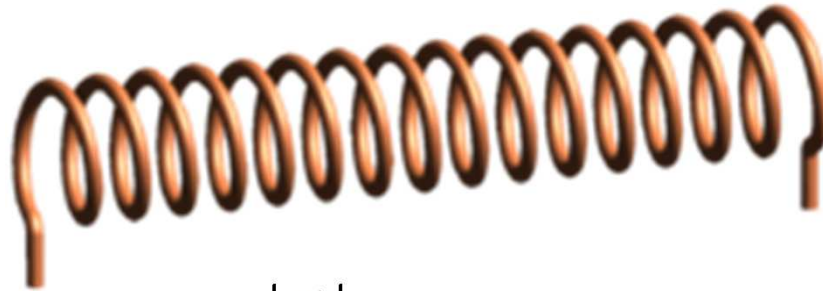
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (4.171)$$



$$L |\vec{B}| = \mu_0 NI$$

unendlich lange Zylinderspule

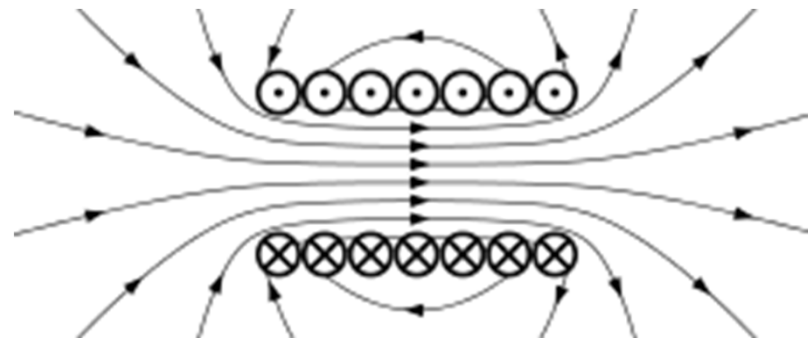
unendlich lange Zylinderspule



$$L|\vec{B}| = \mu_0 NI$$

$$|\vec{B}| = \mu_0 nI \quad (4.174)$$

Windungen/Meter



Rechte-Hand-Regel

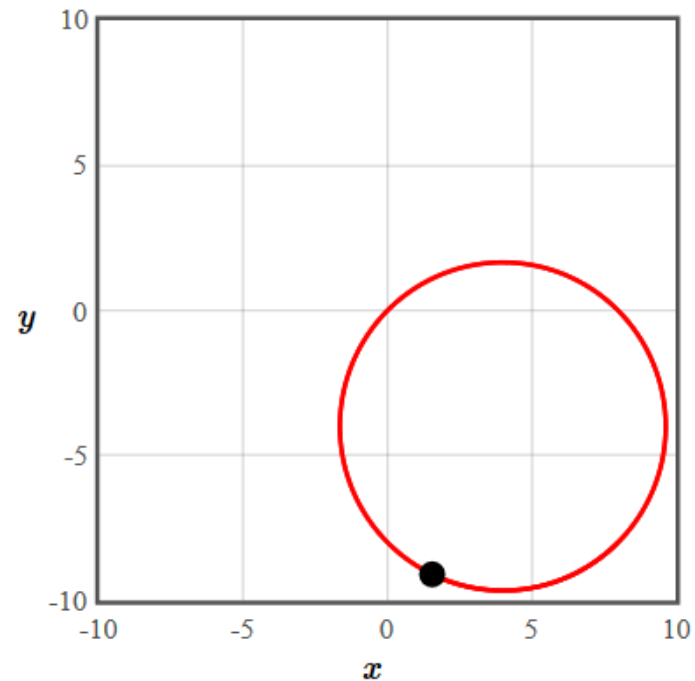
Strom → magnetischer Fluss

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_i \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s}_i \times (\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

fbr.io/eliia

Lorentz Kraft

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



$x_0 = 0$ [m], $y_0 = 0$ [m], $v_{x0} = 0$ [m/s],
 $m = 1$ [kg], $q = 1$ [C]

$B_z = 1.00$ [T]

$v_{x0} = 4.00$ [m/s]

$v_{y0} = 4.00$ [m/s]

Schraubenförmige Bewegung eines geladenen Teilchens in einem konstanten magnetischen Feld

Ein Elektron (Ladung $-e$) gerät in eine Region konstanten magnetischen Feldes mit $B = 5 \hat{z}$ [T]. Die Anfangsgeschwindigkeit des Elektrons ist

$$\vec{v} = 18736\hat{x} + 12175\hat{y} + 5643\hat{z} \text{ [m/s]}.$$

Das Elektron beschreibt ein Spirale um die z -Achse. Entlang der z -Achse gesehen, entspricht der Pfad des Elektrons einem Kreis. Wie groß ist der Radius des Kreises?

$$R = \text{[m]}$$

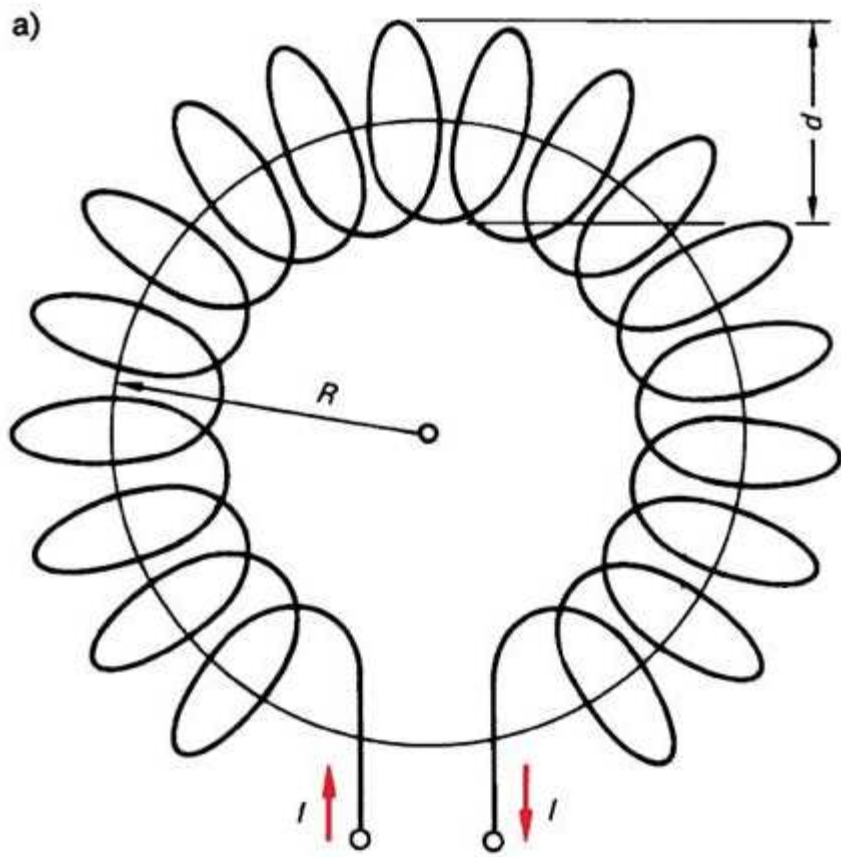
Lösung

$$ev_{\perp} B = \frac{mv_{\perp}^2}{R}$$



Parameterdarstellung

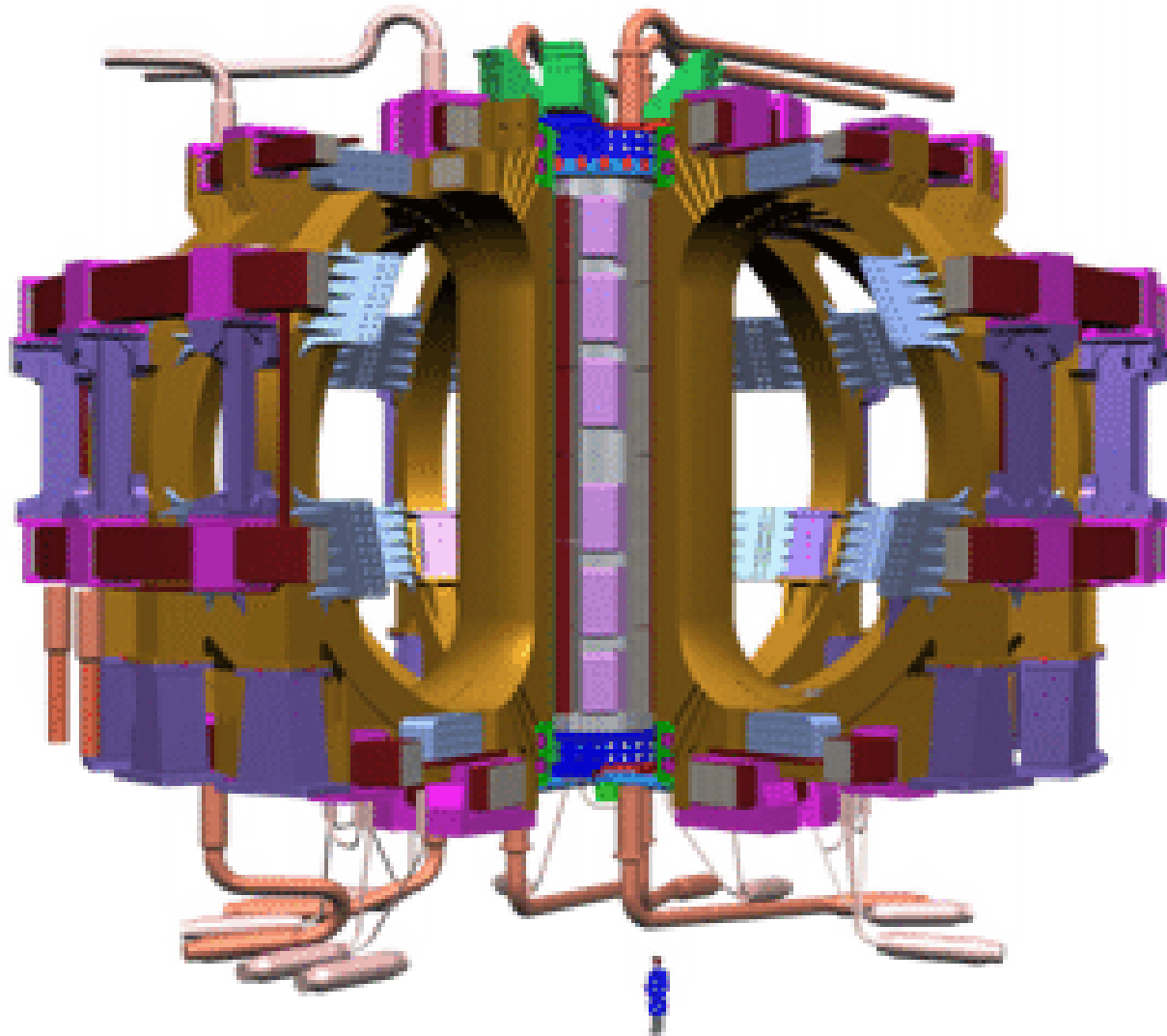
$$\vec{r} = \cos(2\pi s) (R + r \cos(20\pi s)) \hat{x} + \sin(2\pi s) (R + r \cos(20\pi s)) \hat{y} + r \sin(20\pi s) \hat{z}$$



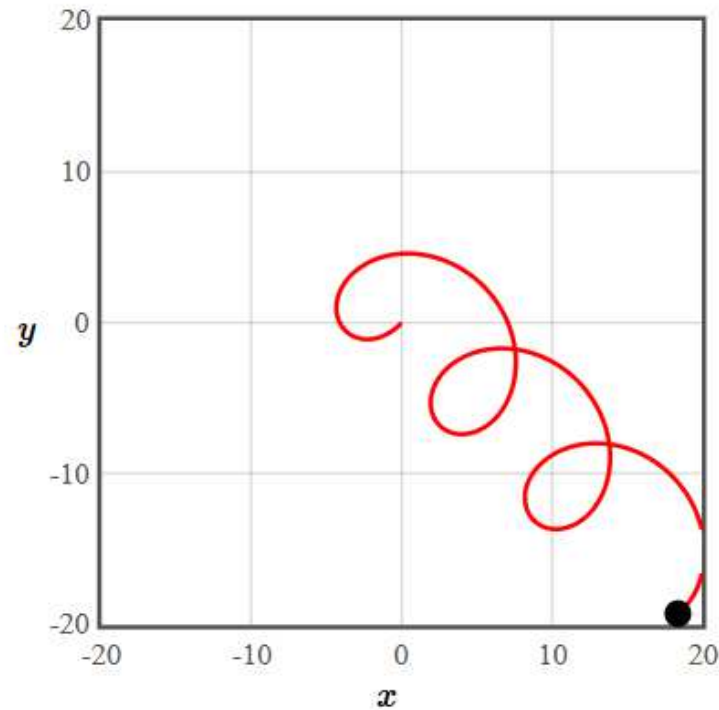
$$s = [0, 1]$$

Ringspule

ITER



Bewegung eines Teilchens im konstanten magnetischen und im elektrischen Feld



$x_0 = 0$ [m], $y_0 = 0$ [m], $v_{x0} = 0$ [m/s],
 $m = 1$ [kg], $q = 1$ [C]

$B_z = 1.00$ [T] - +

$E_x = 1.00$ [V/m] - +

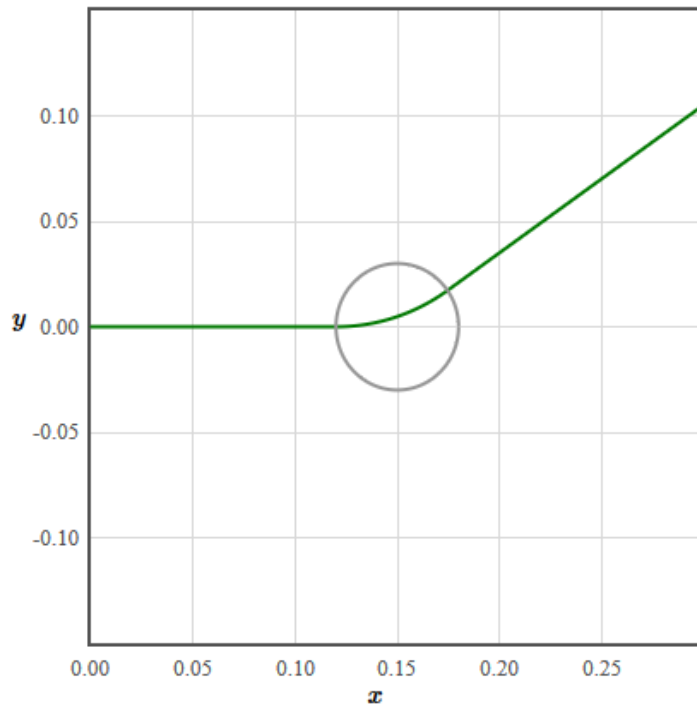
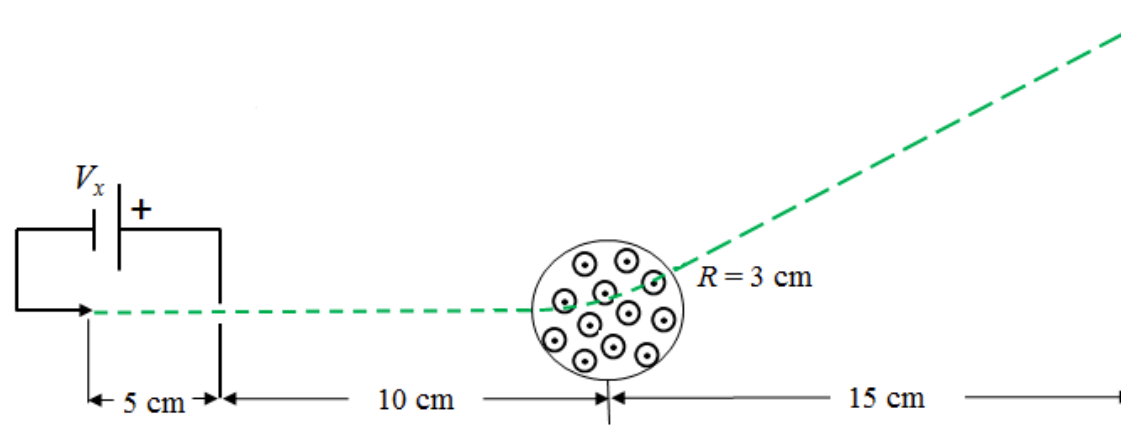
$E_y = 1.00$ [V/m] - +

$v_{x0} = -2.80$ [m/s] - +

$v_{y0} = -3.00$ [m/s] - +

restart

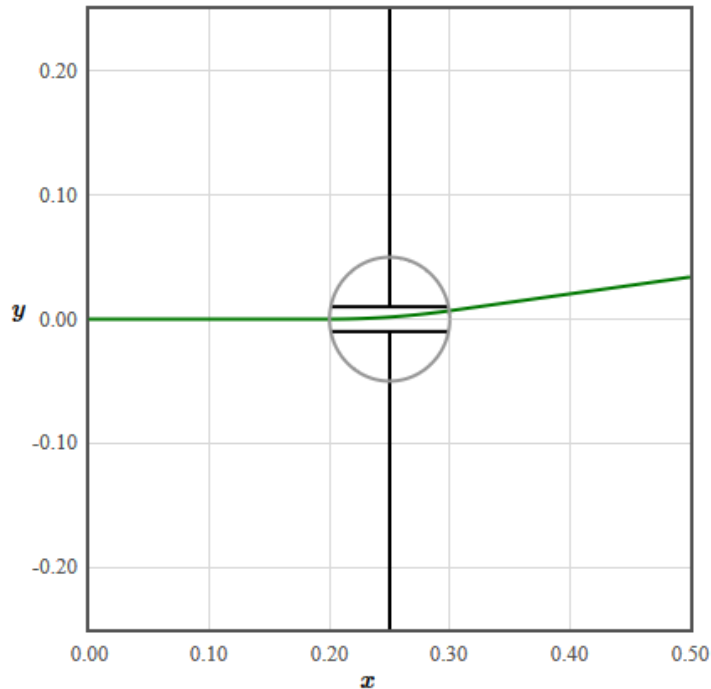
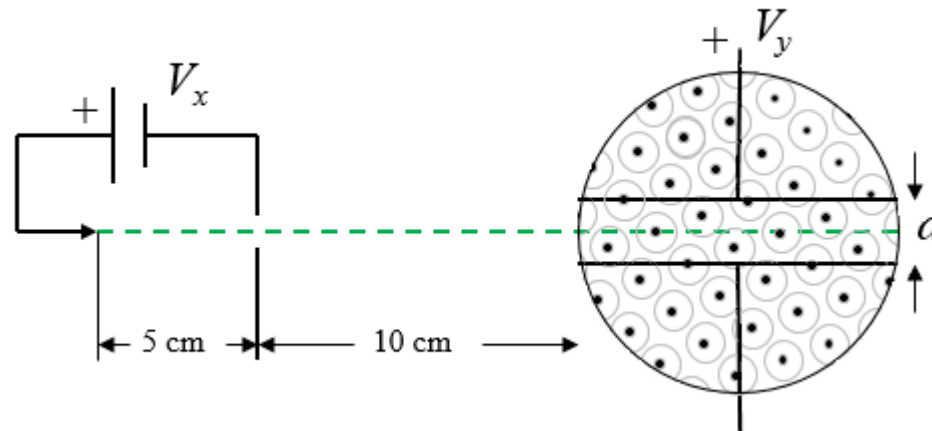
Ablenkung durch Magnetfeld



$V_x = 5000$ [V] - +
 $I = 1$ [A] - +
 $n = 2000$ [turns/m] - +

$B = 0.00251$ T

J. J. Thomson Experiment



$V_x = 5000$ [V]
 $V_y = 60$ [V]
 $I = 0.1$ [A]
 $n = 2000$ [turns/m]

$$B = 0.00025133 \text{ T}$$

$$y = 0.041513 \text{ m}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{V_y^2}{2V_x \mu_0^2 n^2 I^2 d^2} = 1.4248 \times 10^{10} \text{ C/kg}$$

Try to minimize the y -value after the electrons have passed through the region with the fields.
 The accepted value of $\frac{e}{m}$ is $1.7588 \times 10^{11} \text{ C/kg}$. The numerical integration is not perfect.

Ein geladenes Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern

Wenn sich ein geladenes Teilchen in einem elektrischen Feld \vec{E} und einem Magnetfeld \vec{B} bewegt, so wirkt folgende Kraft auf das Teilchen,

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

mit q der Ladung des Teilchens und m seiner Masse. Die Lorentzkraft in ihren drei Komponenten ist,

$$F_x = q(E_x + v_y B_z - v_z B_y),$$

$$F_y = q(E_y + v_z B_x - v_x B_z),$$

$$F_z = q(E_z + v_x B_y - v_y B_x).$$

3-D motion differential equation solver

$$F_x = \text{[-1.6022E-19*((1E5)+vy*(1)-vz*(0))]} \quad [\text{N}]$$

$$F_y = \text{[-1.6022E-19*((0)+vz*(0)-vx*(1))]} \quad [\text{N}]$$

$$F_z = \text{[-1.6022E-19*((0)+vx*(0)-vy*(0))]} \quad [\text{N}]$$

$$m = \text{[9.11E-31]} \quad [\text{kg}]$$

Initial conditions:

$$t_0 = \text{[0]} \quad [\text{s}]$$

$$x(t_0) = \text{[0]} \quad [\text{m}]$$

$$v_x(t_0) = \text{[0]} \quad [\text{m/s}]$$

$$y(t_0) = \text{[0]} \quad [\text{m}]$$

$$v_y(t_0) = \text{[0]} \quad [\text{m/s}]$$

$$z(t_0) = \text{[0]} \quad [\text{m}]$$

$$v_z(t_0) = \text{[0]} \quad [\text{m/s}]$$

$$\Delta t = \text{[3e-13]} \quad [\text{s}]$$

$$N_{steps} = \text{[500]}$$

Plot: x vs. t

Lorentz Kraft

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{E} = 0: \quad \vec{F} = \sum_i q_i \vec{v}_i \times \vec{B}$$

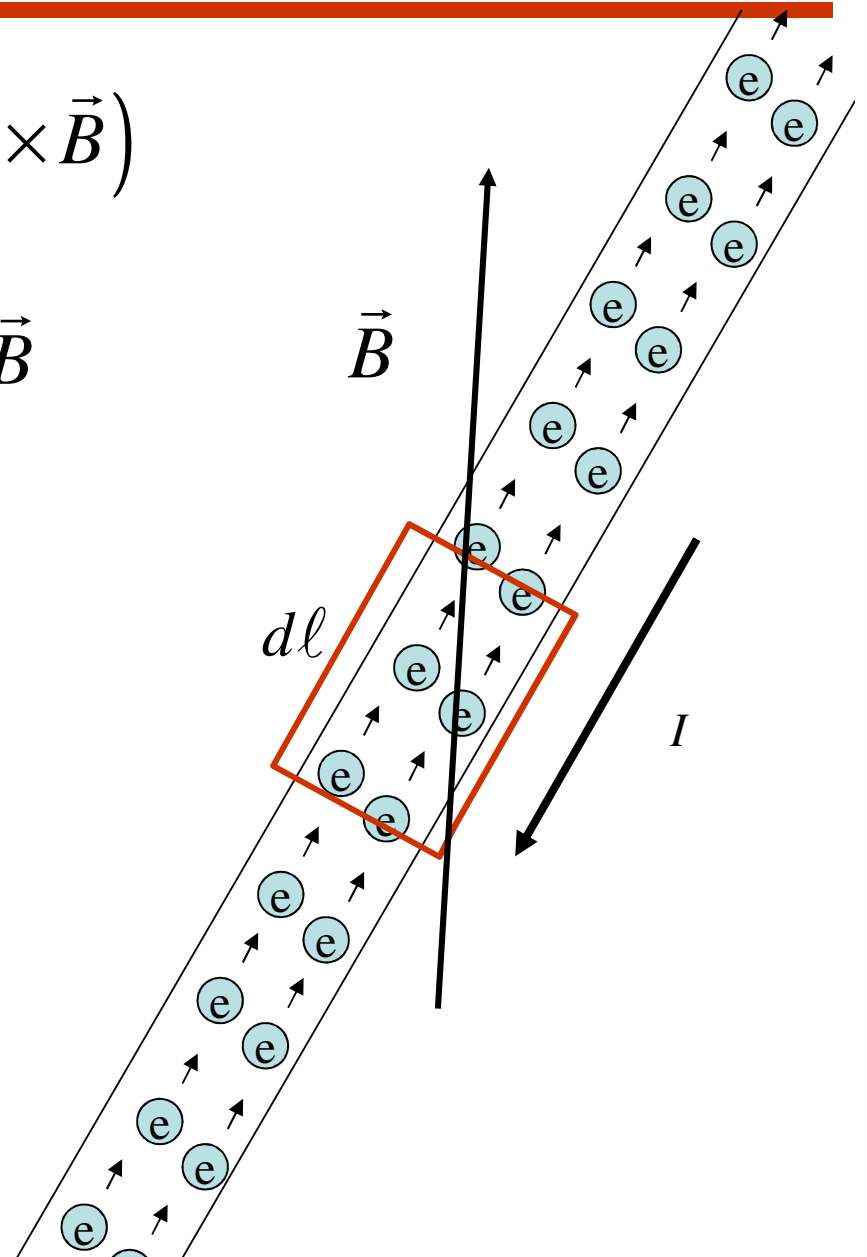
$$\vec{F} = Nq\vec{v} \times \vec{B}$$

$$I = \frac{Nqv}{d\ell}$$

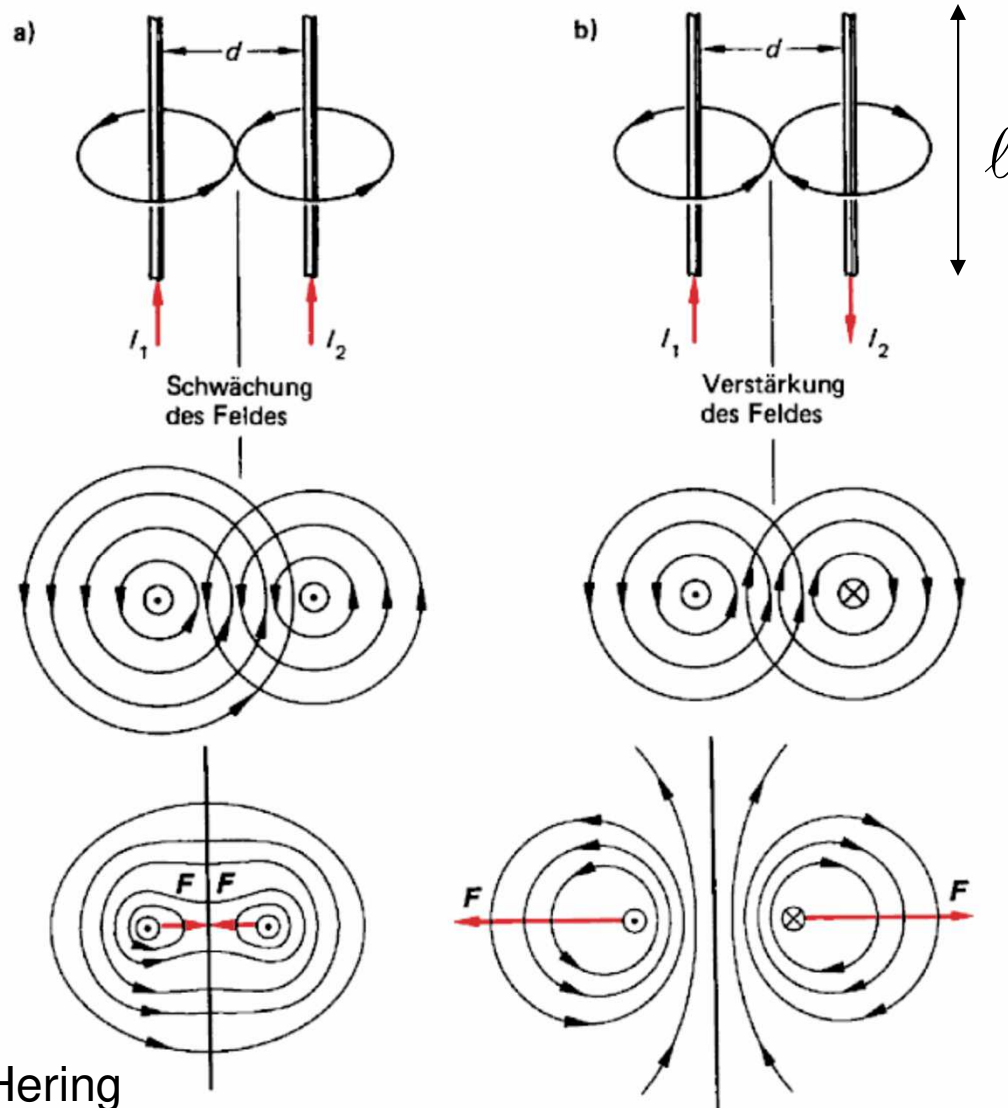
$$d\vec{F} = I(d\vec{\ell} \times \vec{B}) \quad (4.193)$$

$$\vec{F} = I \vec{\ell} \times \vec{B}$$

gerader Draht und konstantes Magnetfeld



Kraft zwischen zwei Leitern



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$\vec{F} = I \vec{r} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi d}$$