Dia- und Paramagnetismus

Brandner Hannes
Schlatter Nicola

Ursachen des magnetischen Moments eines freien Atoms

- Spin der Elektronen (paramagn.)

- Deren Bahndrehimpuls bezüglich ihrer Bewegung um den Kern (paramagn.)

- Änderung des Bahndrehimpulses, die durch ein äußeres Magnetfeld induziert wird (diamagn.)

Magnetisierung

Definition: M…magnetisches Moment pro Volumeneinheit

magn. Suszeptibilität pro Volumeneinheit:

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B}$$

χ < 0 diamagn. χ > 0 paramagn.

χ = -1 Supraleiter

Diamagnetismus

- Bestreben der elektr. Ladungen, das Innere eines Körpers teilweise gegen ein äußeres Magnetfeld abzuschirmen (→ Lenz‘sche Regel)

- Larmorsches Theorem: Präzession der Elektronen bei angelegtem Magnetfeld B mit $\omega = \frac{eB}{2m}$ → elektr. Strom → erzeugt dem äußeren Feld entgegengerichtetes magn. Moment

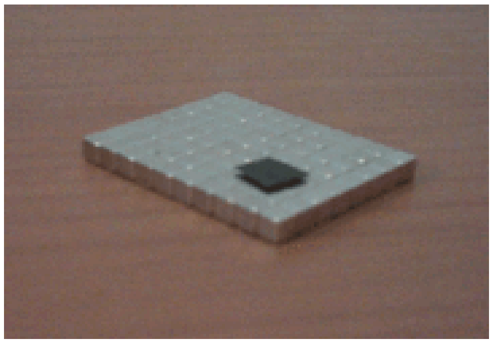
Langevin-Gleichung: Herleitung

- $I = (Ladung) \cdot (Umlaeufe\ pro\ Zeit) = (-eZ)\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{eB}{2m}$
- $\mu = (Strom) \cdot (Flaeche\ der\ Schleife) = \boxed{-\frac{Ze^2B}{4m} \cdot \langle \rho^2 \rangle}$
- $A = \pi \cdot \rho^2$ $\langle r^2 \rangle = 3/2 \langle \rho^2 \rangle$
- $\chi = \mu_0 \cdot N \cdot \frac{\mu}{B} = -\frac{\mu_0 N Z e^2}{6m} \cdot \langle r^2 \rangle$

Quantentheorie des Diamagnetismus mononuklearer Systeme

- $\mathcal{H}' = \frac{ie\hbar}{2mc}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{A} + \vec{A}\cdot\vec{\nabla}\right) + \frac{e^2}{2mc^2}A^2$
- $A_x = -\frac{1}{2}yB, \quad A_y = \frac{1}{2}xB, \quad A_z = 0$
- $\mathcal{H}' = \frac{ie\hbar B}{2mc}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) + \frac{e^2B^2}{8mc^2}\left(x^2 + y^2\right)$
- $E' = \frac{e^2B^2}{12mc^2}\left\langle r^2\right\rangle$
- $\mu = -\frac{\partial E'}{\partial B} = -\frac{e^2\left\langle r^2\right\rangle}{6mc^2}B$

Diamagnetismus: Beispiele



Video zur Abbildung

Video zur Abbildung

Paramagnetismus

- Atome, Moleküle und Gitterfehlstellen mit ungerader Elektronenanzahl
- Freie Atome und Ionen mit teilweise gefüllten inneren Schalen
- Metalle
- Selten bei Verbindungen mit gerader El. Anzahl

Quantentheorie des Paramagnetismus

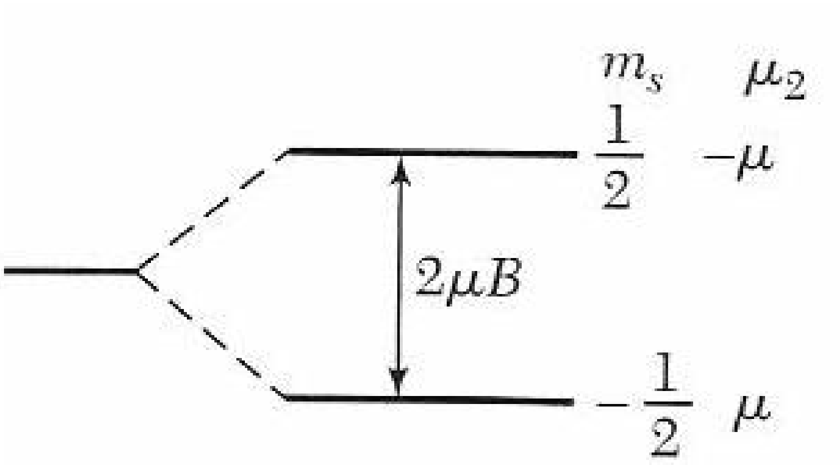
- Magnetisches Moment eines Atoms:

$$\vec{\mu} = \gamma\hbar\vec{J} = -g\mu_B\vec{J}$$

- Landé Faktor $g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$
- Bohrsches Magneton: $\mu_B = e\hbar/2m$
- Die Energieniveaus des Systems: mit m_j = -J,.....,J

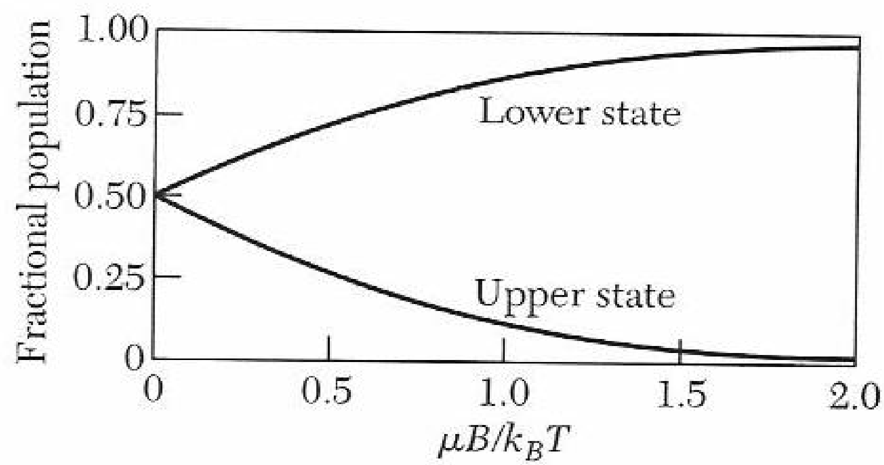
$$U = -\vec{\mu}\vec{B} = m_j g\mu_B B$$

System mit 2 Niveaus



- Im unteren Energiezustand liegt das magnetische Moment parallel zum Magnetfeld, im oberen antiparallel
- Das magnetische Moment μ des Elektrons hat entgegengesetztes Vorzeichen zum Spin S

System mit 2 Niveaus



- Größeres Magnetfeld B bedeutet höhere Besetzung des energetisch günstigeren Energiezustandes
- Das magnetische Moment ist proportional zur Differenz der beiden Kurven

$$\frac{N_1}{N} = \frac{exp(\mu B/k_B T)}{exp(\mu B/k_B T)+exp(-\mu B/k_B T)}$$

$$\frac{N_2}{N} = \frac{exp(-\mu B/k_B T)}{exp(\mu B/k_B T)+exp(-\mu B/k_B T)}$$

System mit 2 Niveaus

- Resultierende Magnetisierung nimmt mit steigender Temperatur ab

$$M = (N_1 - N_2)\mu = N\mu tanh(\frac{\mu B}{k_B T})$$

$$x << 1$$

$$M = N\mu\frac{\mu B}{k_B t}$$

Magnetisierung eines Atoms

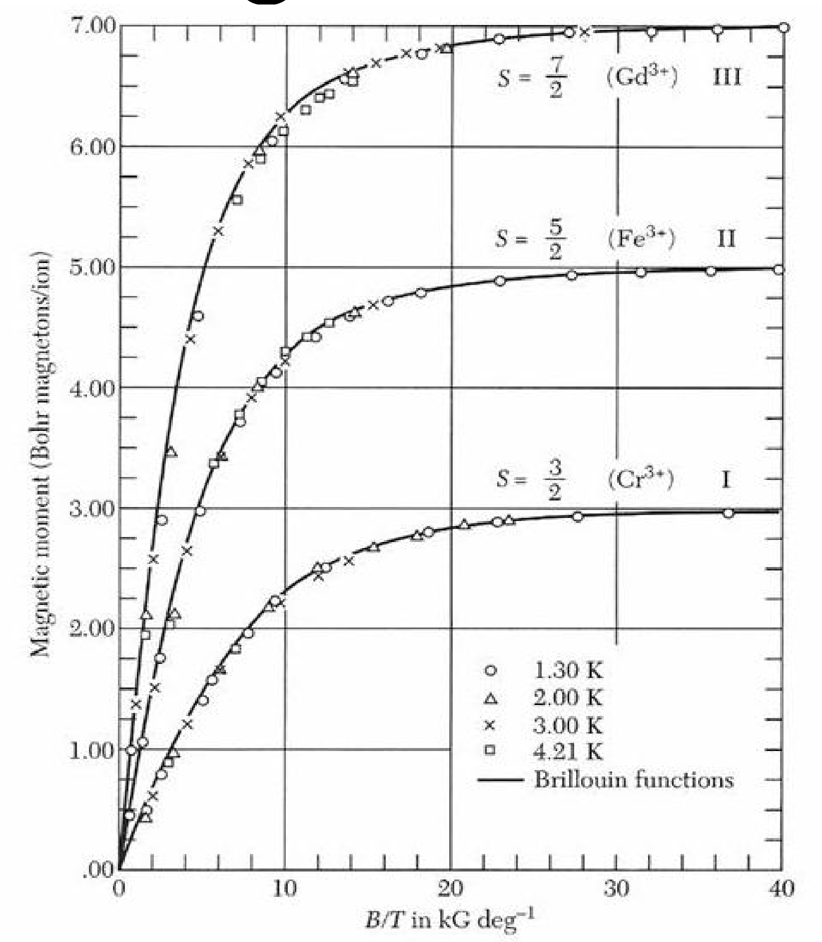
- Magnetisierung eines Atoms
- Suszeptibilität mit der effiktiven Anzahl Bohrscher Magnetonen

$$M = NgJ\mu_B B_J(x), \quad (x = gJ\mu_B/k_B T)$$

$$B_J = \frac{2J+1}{2J} ctnh[\frac{(2J+1)x}{2J}] - \frac{1}{2J} ctnh(\frac{x}{2J})$$

$$\chi = \frac{M}{B} \cong \frac{Np^2{\mu_B}^2}{3k_B T} = \frac{C}{T} \qquad p = g[J(J+1)]^{1/2}$$

System mit mehreren Energieniveaus



- Brillouin-Funktionen
- Linearer Verlauf für kleine Felder bzw. hohe Temperaturen
- Material gesättigt bei hohen Feldern bzw. niedriger Temperatur (alles im Magnetfeld ausgerichtet)

Hund'sche Regeln

1. Gesamtspin S = maximal (Pauli-Prinzip!)

2. Bahndrehimpuls L = maximal

3. Gesamtdrehimpuls:
   $J = |L - S|$ - wenn die Schale weniger als zur Hälfte gefüllt ist;
   $J = |L + S|$ - wenn die Schale mehr als zur Hälfte gefüllt ist;
   $J = S$ - wenn die Schale genau zur Hälfte gefüllt ist;

Ionen Seltener Erden und der Eisengruppe

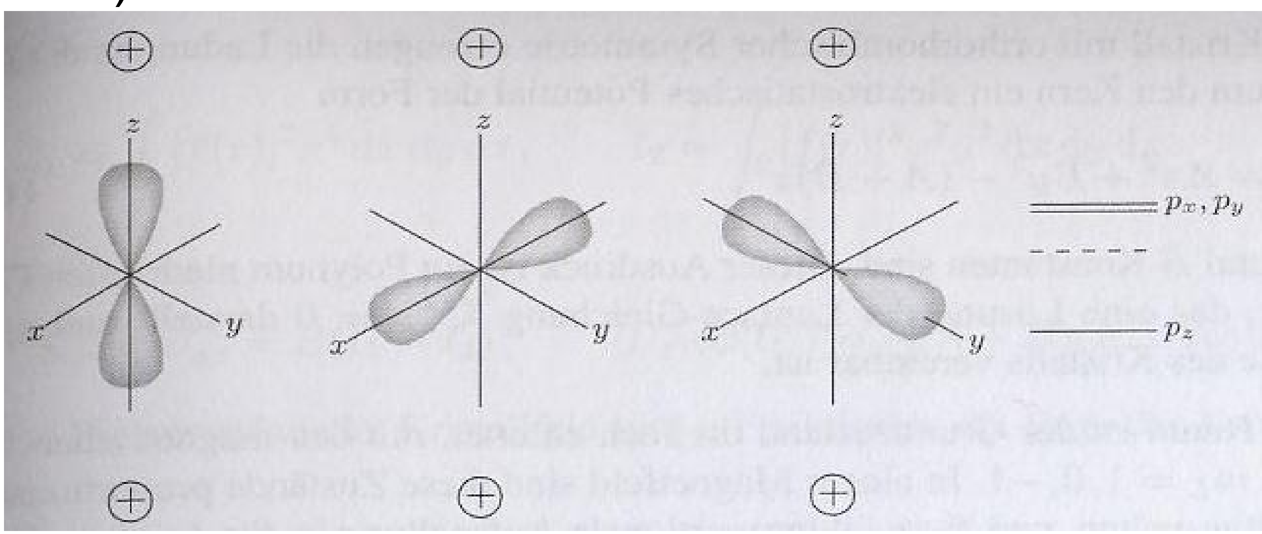
- Seltene Erden: $$p = g[J(J+1)]^{1/2}$$

- Eisengruppe: Übereinstimmung mit experimentellen Daten, wenn Bahndrehimpuls nicht berücksichtigt wird

$$p = 2[S(S+1)]^{1/2}$$

Kristallfeldaufspaltung

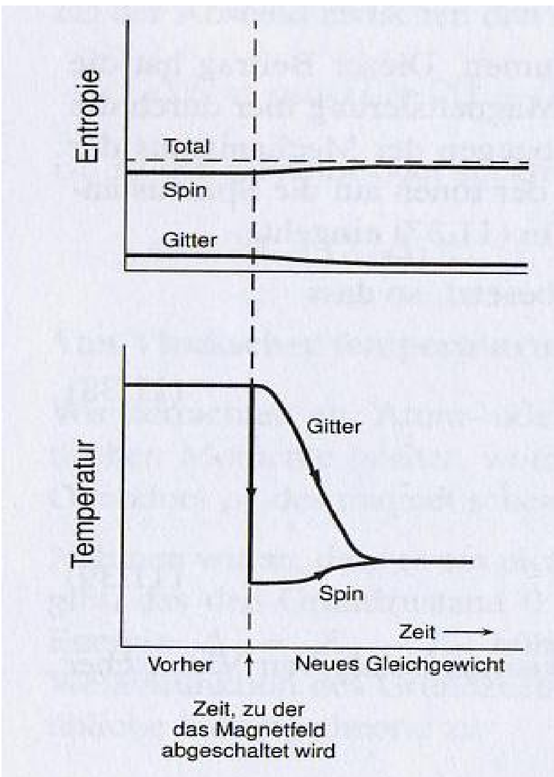
- stark inhomogenes el. Feld der Nachbarionen wird Kristallfeld genannt
  - Kopplung zwischen J und S fast vollständig aufgehoben
  - Die 2L+1 Unterniveaus werden aufgespalten (Entartung wird aufgehoben)

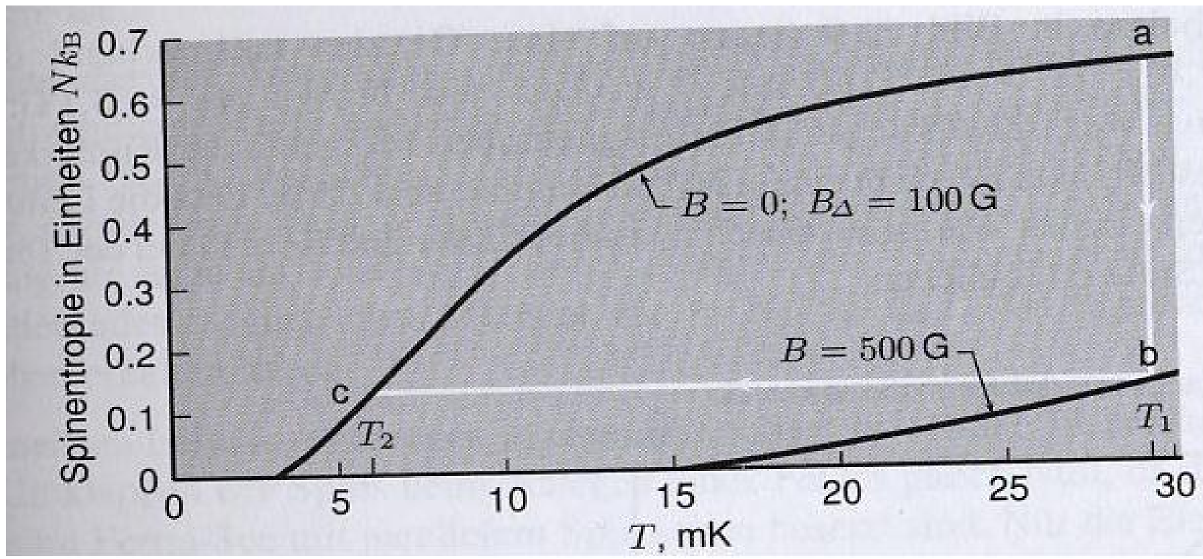


Entropie / adiabatische Entmagn.

- Magn. Momente ordnen sich im Magnetfeld → Abnahme der Entropie
- Temperaturen bis zu E-3 K,

$$T_2 = T_1 B_\Delta / B$$





Pauli-Paramagnetismus

- Beschreibt paramagnetische Suszeptibilität der Leitungselektronen in einem Metall

- Magnetisierung der meisten nichtferromagn. Metalle temperaturunabhängig

- Wahrscheinlichkeit für Atom parallel zum B-Feld übertrifft antiparallele Einstellung um $2\mu B / k_B T$

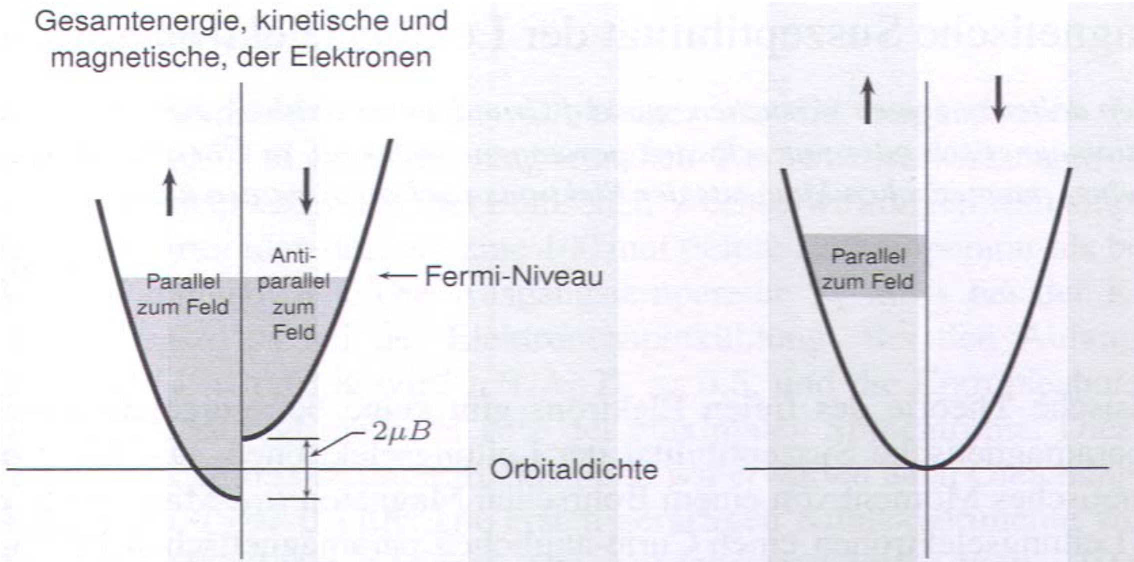
Pauli-Paramagnetismus

- Wahrscheinlichkeit für das Umklappen des Spins beim Anlegen eines Feldes gleich Null

- Nur Elektronen im Bereich $k_B T$ an der oberen Grenze der Fermi-Verteilung können umklappen

- $$M \approx \frac{N\mu^2 B}{k_B T} \cdot \frac{T}{T_F} = \frac{N\mu^2}{k_B T_F} B$$

Pauli-Paramagnetismus



$T \ll T_F$:

$$N_+ = \frac{1}{2}\int_{-\mu B}^{\epsilon_F} d\epsilon\, f(\epsilon)\, D(\epsilon + \mu B) \simeq \frac{1}{2}\int_0^{\epsilon_F} d\epsilon\, f(\epsilon)\, D(\epsilon) + \frac{1}{2}\mu B D(\epsilon_F)\,.$$

$$N_- = \frac{1}{2}\int_{\mu B}^{\epsilon_F} d\epsilon\, f(\epsilon)\, D(\epsilon - \mu B) \cong \frac{1}{2}\int_0^{\epsilon_F} d\epsilon\, f(\epsilon)\, D(\epsilon) - \frac{1}{2}\mu B D(\epsilon_F)\,.$$

$$M = \mu(N_+ - N_-)$$

$$D(\epsilon_F) = \frac{3N}{2k_B T_F}$$

$$\boxed{M = \mu^2 D(\epsilon_F) B = \frac{3N\mu^2}{2k_B T_F} B}$$

Zusammenfassung

- diamagn. Susz.: $\chi = \frac{\mu_0 N}{B} = -\frac{\mu_0 N Z e^2}{6m} \langle r^2 \rangle$
- paramagn. Susz.: $\chi = \frac{N \mu^2}{3 k_B T}$
- paramagn. Susz. der Leitungselektronen im Fermi-Gas ($T \ll T_F$) ist temperaturunabhängig
- Entmagnetisierung eines paramagn. Salzes bei konstanter Entropie kann für Kühlprozess verwendet werden

Quellen

Literatur:

- Einführung in die Festkörperphysik, Ch. Kittel
  14. Auflage

Abbildungen:

- Einführung in die Festkörperphysik, Ch. Kittel
  14. Auflage
- http://de.wikipedia.org/wiki/Diamagnetismus
- http://de.wikipedia.org/wiki/Supraleiter
- http://www.hfml.ru.nl/levitate.html